

# 第1回 量子力学 I 演習 問題

樋口 さぶろお<sup>1</sup>

1999年10月18日

## はじめに

**内容と予備知識** この演習では, 冬学期の前半では, 講義 量子力学 I (清水先生) に必要な数学について説明し, 問題をときます. 冬学期の後半では, 講義 量子力学 I (清水先生) の進度に同期して問題を解きます. 量子力学 I の講義を受講せず, この演習だけを受講する場合には, 相当する内容を各自で学習して下さい.

**教科書** 講義の教科書 [2] に沿った記号を用いたり, のっている問題を出題したりするかもしれません.

**評価** 出席重視. 試験は行わない予定. 授業の際, または授業の後に提出する, 答案 (レポート) により判定します.

**通知** この演習に関する通知は, 基礎科学科掲示版, 16号館 809B 号室の前の壁, および URL: <http://rice.c.u-tokyo.ac.jp/~hig/qm1/> で行ないます.

**演習の進め方** 授業時間中には持参したレポート用紙 (なるべく A4) に問題を解き, 授業の最後に提出して下さい. これにより出席もチェックします. たくさん解けなかった場合でも, 授業中に物理を考えていたことがわかるように何か書いて提出して下さい.

---

<sup>1</sup>[hig@rice.c.u-tokyo.ac.jp](mailto:hig@rice.c.u-tokyo.ac.jp), URL: <http://rice.c.u-tokyo.ac.jp/~hig/>,  
へや: 駒場 16 号館 809B, でんわ: (03)5454.6735

<sup>1</sup>この文書の最新版は <http://rice.c.u-tokyo.ac.jp/~hig/qm1-99/all.pdf> にあるかもしれません.

また, その週の木曜日までに, 暇と興味に応じて好きなだけ問題を解いて, レポートとして 16-809B の前のポストに提出して下さい.

## 1.1 アンケート

問題

- 量子力学関係で, これまでに受けた授業, 今学期受ける授業を列挙して下さい.
- 今日の基礎科学科進学内定生歓迎会は, 何時からどこで行われますか.

## ベクトルの空間の内積

### 1.2 複素ベクトルの内積

問題

$\mathbb{C}^3$  の次のベクトルの間の内積を計算せよ.

$$\vec{v}_1 = (1, 0, i), \quad \vec{v}_2 = (i, 1, 1), \quad \vec{v}_3 = (2i + 3, 1, i). \quad (1.2Q.1)$$

### 1.3 正規直交完全系

問題

次のベクトルの組  $\langle \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \rangle$  が  $\mathbb{C}^3$  の正規直交完全系であることを確かめよ.

$$\vec{v}_1 = (1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, i/\sqrt{3}), \quad (1.3Q.1)$$

$$\vec{v}_2 = (-1/\sqrt{6}, 2/\sqrt{6}, -i/\sqrt{6}), \quad (1.3Q.2)$$

$$\vec{v}_3 = (1/\sqrt{2}, 0, -i/\sqrt{2}). \quad (1.3Q.3)$$

## 1.4 正規直交完全系による展開

問題

$\mathbb{C}^3$  のベクトル  $\vec{w} = (1+2i, i+1, 3)$  を上の正規直交完全系で展開した時の展開係数を求めよ.

## 関数空間の内積

## 1.5 たかだか 2 次の関数の空間

問題

定義域  $[-1, 1]$  の, たかだか 2 次の関数全体の空間を考える. 関数系

$$\left\langle 1, e^{\frac{3}{4}ix}, \sqrt{-1} \left( x^2 - \frac{1}{3} \right) \right\rangle \quad (1.5Q.1)$$

は直交完全系になっている. これを示せ. また規格化せよ. 関数  $1+x+x^2$  をこの関数系で展開せよ.

## 1.6 関数系による展開

問題

$[0, 1]$  上の実関数で,  $f(0) = f(1) = 0$  を満たすもの全体の集合を考える.

1. 関数系  $\{f_n(x)\} (n = 1, 2, \dots)$  ただし

$$f_n(x) = \sqrt{2} \sin n\pi x \quad (1.6Q.1)$$

は正規直交系であることを示せ.

2. 上の関数系は実は完全系である. 関数

$$g(x) = \begin{cases} 1 & (\frac{1}{4} < x < \frac{3}{4}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (1.6Q.2)$$

を, 上の関数系で展開したときの展開係数を求めよ.

## 参考文献

- [1] 清水先生の講義ノート [http://as2.c.u-tokyo.ac.jp/lecture\\_note/index.html](http://as2.c.u-tokyo.ac.jp/lecture_note/index.html)
- [2] サクライ, 現代の量子力学 (吉岡書店)
- [3] ランダウ, リフシッツ 量子力学 1,2 (東京図書)