

量子力学 I 演習 問題 (第 1 回)

樋口 さぶろお*

1998 年 4 月 15 日

はじめに

予備知識 この演習では, 講義 量子力学 II (吉岡先生) の進度に同期して問題を解きます. したがって, 量子力学 II の講義を受講せず, この演習だけを受講する場合には, 相当する内容を各自で学習して下さい.

教科書 特にありません. 問題のプリントを配布します.

評価 試験は行わない予定. 授業の最後, または授業後に提出する, 答案 (レポート) により判定します. また, 出席の状況も考慮します.

通知 この演習に関する通知は, 基礎科学科掲示版, 16 号館 809B 号室の前の壁, および URL: <http://rice.c.u-tokyo.ac.jp/~hig/qm1/> で行ないます.

演習の進め方 授業時間中には持参したレポート用紙 (なるべく A4) に問題を解き, 授業の最後に提出して下さい. これにより出席もチェックします. たくさん解けなかった場合でも, 授業中に物理を考えていたことがわかるように何か書いて提出して下さい.

また, その週の金曜日までに, 暇と興味に応じて好きなだけ問題を解いて, レポートとして 16-809B の前のポストに提出して下さい.

*hig@rice.c.u-tokyo.ac.jp, URL: <http://rice.c.u-tokyo.ac.jp/~hig/>,
Room: Komaba 16-809B, Phone: (03)54.54.67.35

[1-1] アンケート I

量子力学関係で、これまでに受けた授業、今学期受ける授業を列挙して下さい。

[1-2] 復習: 波動関数

有限な 1 次元空間 $0 < x < L$ を運動する粒子の波動関数

$$\psi_k(x) = A_k \exp(ikx) \quad (1)$$

を考える。 $A_k \in \mathbb{C}, k \in \mathbb{R}$.

1. 周期境界条件 $\psi_k(0) = \psi_k(L)$ を課す。このとき、 k に対する条件を求めよ。以下、 k はこの条件を満たすとする。
2. 規格化定数 A_k の値を定めよ。
3. 粒子が、上の波動関数 $\psi_k(x)$ であらわされる状態にある。粒子の存在確率密度のグラフを描け。
4. 粒子が、上の波動関数の重ねあわせ

$$\psi(x) = \psi_k(x) - 2\psi_{2k}(x) = A_k \exp(ikx) - 2A_{2k} \exp(i(2k)x) \quad (2)$$

であらわされる状態にある。粒子の存在確率密度のグラフを描け。
注意. 規格化.

[1-3] 波動関数の規格化

次の波動関数 $\Psi(\mathbf{x}, t)$ の形を直観的にとらえよ。これらは規格化可能か。可能なものに対しては、規格化定数を定めよ。粒子を発見する可能性が zero であるような点 (無限遠を含む) があるか。(引数が 3 次元 vector \mathbf{x} のものは 3 次元の波動関数, 1 次元座標 x のものは 1 次元の波動関数)

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)] \quad (3)$$

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{|\mathbf{x}|} \exp[i(k|\mathbf{x}| - \omega t)] \quad (4)$$

$$\Psi(x, t) = \exp[-i\omega t] \exp[-(kx)^2/2] \quad (5)$$

$$\Psi(x, t = 0) = kx \exp[-(kx)^2/2] \quad (6)$$

Hint: Gauss 積分 $\sqrt{\pi} = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp[-x^2]$.

[1-4] 量子力学 I の復習

ポテンシャル $V(x)$ のもとで 1 次元空間を運動する, 質量 m の粒子を考える.

1. 波動関数 $\Psi(x, t)$ の満たす (時間に依存する) Schrödinger 方程式を書け. また, $\Psi(x, t) = \psi(x)\phi(t)$ と変数分離されるとき, $\psi(x)$ に対する定常状態の Schrödinger 方程式を書け.
2. ポテンシャルが

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & (x < 0, L < x) \\ 0 & (0 < x < L) \end{cases} \quad (7)$$

であるときに, エネルギー固有値とエネルギー固有状態を求めよ.